

一种改进的 M-Estimators 基础矩阵鲁棒估计法

张洁玉 陈 强 刘复昌 夏德深

(南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094)

摘 要 针对原 M-Estimators 算法完全依赖由线性最小二乘法估计得到的矩阵初始值, 精度较低稳定性差的缺点, 提出了一种改进的 M-Estimators 算法。通过考虑匹配点与对应极线的距离, 计算求得较原 M-Estimators 算法更加精确的矩阵初始值, 再利用此初始值剔除掉原匹配点集中的错误匹配点及坏点, 最后运用 Torr-M-Estimators 法对新的匹配点集进行非线性优化计算, 得到了真正的匹配点对, 精确恢复了对极几何关系。以大量的模拟数据和真实图像进行了实验, 给出了该算法与其他鲁棒性算法的比较结果, 实验结果表明, 该算法在误匹配以及高斯噪声存在的情况下, 提高了基础矩阵的估计精度, 并且同时具有很好的鲁棒性。

关键词 基础矩阵 鲁棒性 精确初始矩阵 M 估计法 最小中值法

中图法分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)08-1663-06

An Improved Robust Method of M-Estimators

ZHANG Jie-yu, CHEN Qiang, LIU Fu-chang, XIA De-shen

(Department of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)

Abstract Considering the dissatisfactory precision and stability of primary M-Estimators, which depends entirely on the original matrix obtained by the method of least squares, an improved M-Estimators algorithm for estimating the fundamental matrix was studied. The new algorithm obtained a more precise original matrix by calculating the distances between the matching points and the corresponding epipolar lines. Then the mismatch and outliers in the original matching points set were eliminated through the precise original matrix and the nonlinear optimization for the new matching points set was carried out with Torr-M-Estimators. Finally the accurate matching points set and the epipolar geometry can be gained. Through a mass of experiments on simulated data and real images in the case of mismatching and Gaussian noise, the comparing results between the algorithm and other robust methods indicate the algorithm not only improves the estimating precision but also shows the good robustness.

Keywords fundamental matrix, robustness, precise original matrix, M-Estimators, LMeds(least median of squares)

1 引言

不同视点处获得的同一场景的两幅图像间存在着重要的几何约束关系, 即对极几何关系。对极几何关系可以用一个 3 阶秩 2 的矩阵, 即基础矩阵来表示。基础矩阵的估计是 3 维重建^[1]、运动估计、匹配^[2]及跟踪的关键。该矩阵包含了摄像机的所有

内参和外参信息, 独立于场景结构, 仅由两幅图像中的对应点就可以求出。因此, 对极几何关系的求解就归结为如何精确地、鲁棒地估计基础矩阵。虽然人们已在这方面做了大量的研究, 但至今还没有一种估计方法可以做到完全消除错误匹配点及坏点对估计精度的影响^[3], 所以这仍然是计算机视觉领域中的难点。

目前, 利用图像间对应点来估计基础矩阵的方

基金项目: 香港中文大学科研基金项目(2050345)

收稿日期: 2008-01-14; 改回日期: 2008-04-07

第一作者简介: 张洁玉(1980 ~), 女, 南京理工大学模式识别专业博士研究生。主要研究方向为图像分析、模式识别。

E-mail: zhjy_xx@126.com

法主要可以分为 3 类:线性法、迭代法以及鲁棒法^[4]。线性法速度很快,但对于存在错误匹配点以及由于噪声引起的坏点的情况,精确性很低。因此,有不少人对其进行了改进^[5-6]。迭代法精度比线性算法高,但计算时间长,而且对于误匹配点剔除效果仍然不是很好。鲁棒法主要有最小中值法(LMeds)^[7]、随机抽样一致性法(RANSAC)^[8-9]以及 M 估计算法(M-Estimators)^[7,10],这类方法对于去除错误匹配点以及坏点都有更好的效果。RANSAC 与 LMeds 很相似,虽然 LMeds 得到的效果更好^[11],但是当原始匹配点集合中错误点多于 50% 时,LMeds 误差很大,并且对于存在高斯噪声的情况,LMeds 效果并不理想^[7]。根据每个点对估计基础矩阵的贡献不同,对其进行加权处理,将误差大的点施加小的权重因子,从而降低其对估计基础矩阵的影响,由此产生了 M-Estimators 法。在鲁棒算法中,M-Estimators 法计算速度最快,并且对存在高斯噪声的情况具有较好的稳定性,另外当错误匹配点超过 50% 时误差比 LMeds 法小,因此,M-Estimators 法有很好的应用前景。张艳青等人将已知相机内参估计得到的基础矩阵和 8 点法求得的基础矩阵进行竞争^[12],选取较精确的矩阵初始值,带入 Torr-M-Estimators 法,得到最终精确的矩阵估计值。此法需要已知相机内参,并且仍然受到线性法估计基础矩阵初始值的局限。另外,最近也出现了将遗传算法引入到基础矩阵估计中的方法^[13],但是该方法仍然利用了由线性法计算得到的矩阵初始值,精度势必会受到影响,并且引入遗传算法的同时增加了整体算法的复杂度。

本文针对 M-Estimators 法的缺点进行了改进。首先进行一定次数的随机选点,每次选取 7 个点,利用 7 点法^[7]计算得到基础矩阵的初始值,由各初始值计算所有特征点的对极距离平方和,将得到的对极距离平方和由小到大排序,求最小值到中间值的所有值的平均,通过比较所有平均值,选择最小平均值所对应的矩阵作为本文算法中的精确初始值。再用此初始值剔除掉原特征点集合中的错误匹配点及坏点,最后运用 Torr-M-Estimators^[14]法对新的匹配点集合进行迭代求精,得到精确的匹配点对,精确恢复了对极几何。实验结果表明,当存在误匹配以及高斯噪声时,该算法估计的基础矩阵精度较高,鲁棒性较好。

2 对极几何关系和基础矩阵

在针孔模型中,设同一场景的两幅图像为 I, \hat{I} , m_i 和 \hat{m}_i 分别为空间点 M 在两幅图像中的投影点,则 \hat{m}_i 必定位于 m_i 在图像 \hat{I} 中的对极线 $\hat{l}(\hat{l} = Fm)$ 上,即

$$\hat{m}_i^T F m_i = 0 \quad (1)$$

其中, F 就是描述对极几何关系的基础矩阵。同理, $m_i^T F^T \hat{m}_i = 0$ 。

设 m_i 和 \hat{m}_i 的齐次坐标分别为 $(x_i, y_i, 1)$ 、 $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, 1)$, 则式(1)可写为

$$Uf = 0 \quad (2)$$

式中,

$$f = (F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}, F_{33})^T$$

$$U = (x_i \hat{x}_i, y_i \hat{x}_i, \hat{x}_i, x_i \hat{y}_i, y_i \hat{y}_i, \hat{y}_i, x_i, y_i, 1)^T$$

由于实际中存在噪声、错误匹配以及计算误差,使得对应点不能恰好位于对应极线上,它们之间存在一定的距离。当用残差 $\hat{m}_i^T F m_i$ 来表征误差的大小时,基础矩阵的估计就转化为用最小二乘法求解使残差最小的无约束最优化问题。

3 M-Estimators 算法原理

M-Estimators 算法对每个点的残差进行加权处理,以此抑制大残差对基础矩阵估计过程的影响。用 r_i 表示残差 $\hat{m}_i^T F m_i$, 则 M-Estimators 算法就是求解下面的表达式:

$$\min \sum_i w_i (\hat{m}_i^T F m_i)^2 \quad (3)$$

式中, w_i 是权重函数,选取不同的权重函数就会得到不同的 M-Estimators 算法,也会得到不同的结果。这些方法的共同点是:计算速度较快;对于存在高斯噪声干扰的情况得到的结果较好;当错误点率超过 50% 时,误差比 LMeds 法小。但它们对初始值依赖较大,而初始值由线性方法估计得到,受错误数据影响大,估计精度不高,稳定性不好。针对这个缺点,本文提出了一种改进的 M-Estimators 鲁棒估计方法。

4 改进的 M-Estimators 鲁棒估计方法

4.1 精确初始值的确定

为了提高 M-Estimators 算法的精度和稳定性,使其相对于其他鲁棒算法具有更加优良的性质,关键是要选择较为精确的矩阵初始值。步骤如下

(1) 7 点法计算初值

首先对原匹配点集进行规范化处理^[15],在处理后的集合中进行 n 次随机选点,每次选取 7 个点,利用 7 点法计算得到 n 个矩阵的初始值 F_i 。随机选点次数 n 可以依据 $P = 1 - (1 - p^k)^n$ 来确定。本算法中每次选点数为 7,即 $k = 7$; P 为在所有的随机选点得到的子集中至少有一个子集包含的 7 个匹配点对是正确匹配的概率,本算法中取 $P = 0.99$; p 为匹配点集中含有正确匹配点对的百分比,算法中可以依实际情况而定。

(2) 选择精确初始矩阵

考虑到对极几何的特性是关于两匹配点对间的性质,因此,本文在选择初始值时,将两匹配点偏离对应极线的距离的平方和作为误差的度量。

利用各个 F_i 计算所有匹配点对的对极距离平方和 $d_{ij}(j = 1, \dots, s, s$ 为匹配点对的个数),其中 j 代表第几个特征点。 d_{ij} 的计算式为

$$d_{ij} = \sum_j^s (d^2(\mathbf{m}_j, \mathbf{F}^T \hat{\mathbf{m}}_j) + d^2(\hat{\mathbf{m}}_j, \mathbf{F} \mathbf{m}_j)) = \sum_j^s \left(\frac{\hat{\mathbf{m}}_j^T \mathbf{F} \mathbf{m}_j}{\sqrt{(\mathbf{F} \mathbf{m}_j)_1^2 + (\mathbf{F} \mathbf{m}_j)_2^2}} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{m}_j^T \mathbf{F}^T \hat{\mathbf{m}}_j}{\sqrt{(\mathbf{F}^T \hat{\mathbf{m}}_j)_1^2 + (\mathbf{F}^T \hat{\mathbf{m}}_j)_2^2}} \right)^2 \quad (4)$$

将 d_{ij} 由小到大进行排序,计算最小值到中值间所有值的平均 N_i 。这里不直接取 d_{ij} 的中值,考虑到当匹配点集中误匹配所占比重超过 50% 时, d_{ij} 的中值受错误匹配点及坏点的影响会很大。因此,本文取中值前所有值的平均值,这个平均值与中值相比可以在一定程度上减少错误匹配点及坏点的影响。

取所有 N_i 中最小值 N_{\min} 所对应的矩阵 F_{\min} , F_{\min} 就是本文算法中的精确初始值。

4.2 剔除错误匹配点及坏点

利用上一步中求出的矩阵初始值 F_{\min} 剔除错误匹配点及坏点。具体方法是:用 F_{\min} 计算所有匹配

点对的对极距离平方和 d_{ij} ,将 d_{ij} 作为误差,去掉 $d_{ij} > (\lambda\sigma)^2$ 的错误匹配点。其中, λ 的推荐值为 2.5, σ 为 d_{ij} 的标准偏差^[7],其计算式为

$$\sigma = 1.4826 \times \left(1 + \frac{5}{m-k} \right) \times \sqrt{N_{\min}} \quad (5)$$

式中, m 为匹配点对个数,本文算法中用 7 点法计算矩阵初值,即 $k = 7$ 。剔除错误匹配点及坏点后,得到一组新的较精确的匹配点集 Q 。

4.3 非线性优化求解

当得到基础矩阵的近似准确值后,将其代入 Torr M-Estimator 法中,做进一步的优化计算。具体求解步骤为:

- (1) 计算各点的权值因子 w_i (第一次计算时权值都记为 1);
- (2) 将式(2)乘以 w_i ,再用奇异值(SVD)分解求基础矩阵 F ;
- (3) 将求得的基础矩阵 F 加上秩为 2 的约束,返回步骤(1),求出新的 w_i 及 F ,直到相邻两次求得的基础矩阵 F 的误差在设定的阈值范围内。

5 算法流程图

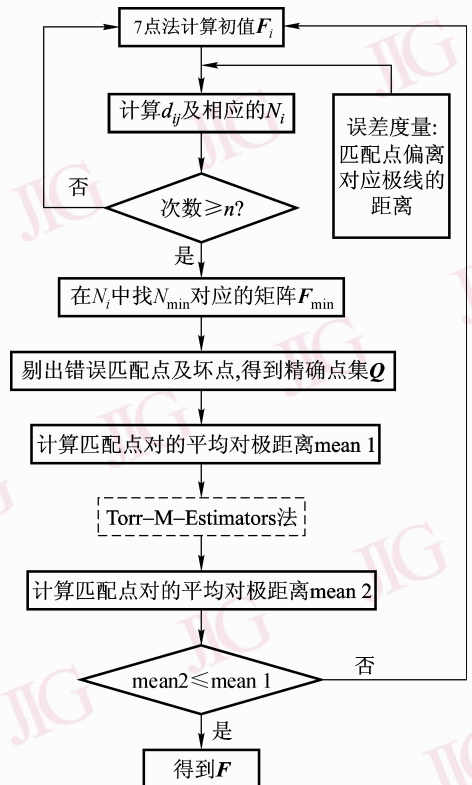


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flowchart of the algorithm

6 实验结果与分析

为了检验本文算法的精度及鲁棒性,分别利用模拟数据和真实图像进行了比较实验。其中,模拟数据实验又分别从两个不同的角度(不同错误数据率以及不同方差的高斯噪声)进行。现有的主要的鲁棒方法有 M-Estimators、LMeds 以及 RANSAC,后两种方法非常相似,并且 LMeds 具有更好的效果,Torr-M-Estimators 方法又是 M-Estimators 方法中具有代表性的一种,因此,将本文算法与 LMeds、Torr-M-Estimators 方法进行了比较。比较过程中运用的参考量为匹配点对的平均残差以及平均对极距离,这些值都是通过基础矩阵求得的,可以用来精确反映基础矩阵的估计精度。

6.1 模拟数据实验

6.1.1 对不同错误数据率的精度及鲁棒性比较

表 1 列出了上述 3 种算法分别在错误数据率 E 为 30%、48% 和 55% 时的平均残差以及平均对极距离的值。为了得到更加可靠的结果,对每一种方法中不同错误数据率的情况分别做了 10 组实验,取它们的均值作为最终的参考量。

表 1 3 种方法针对不同错误数据率的精度及鲁棒性比较

Tab. 1 The precision and robustness of three methods aiming at different error data rate

算法		平均残差均值	平均对极距离均值
LMeds	$E = 30\%$	0.026 3	0.106 4
	$E = 48\%$	0.599 0	2.011 3
	$E = 55\%$	0.609 7	2.621 0
Torr-M-Estimators	$E = 30\%$	0.041 0	0.268 4
	$E = 48\%$	0.255 4	1.021 8
	$E = 55\%$	0.350 3	1.373 7
本文算法	$E = 30\%$	0.003 2	0.013 0
	$E = 48\%$	0.007 9	0.015 2
	$E = 55\%$	0.008 6	0.017 4

由表 1 中的数据可以得出如下结论:

(1) 本文算法具有较高的精度,并且针对不同的错误数据率具有良好的鲁棒性。

(2) 特别地,当错误数据率接近或超过 50% 时,本文算法的误差仍然很小,而此时 LMeds 算法的误差迅速增大,虽然 Torr-M-Estimators 法的误差比

LMeds 法小,但因为完全依赖由线性方法估计的矩阵初始值,同本文算法相比,误差仍然很大。

(3) 当初始匹配点集中包含的错误数据率较小时,3 种算法精度从高到低依次为:本文算法,LMeds 方法和 Torr-M-Estimators 方法;而当错误数据率接近或者超过 50% 时,Torr-M-Estimators 法比 LMeds 法精度要高。

6.1.2 对不同方差高斯噪声的精度及鲁棒性比较

添加方差分别为 0.01、0.015 及 0.02 的高斯噪声后,进行了比较实验。表 2 列出了 3 种算法分别在不同噪声下的平均残差以及平均对极距离的值。同样地,对每一种方法中不同方差高斯噪声的情况分别做了 10 组实验。

表 2 3 种方法针对不同方差高斯噪声的精度及鲁棒性比较

Tab. 2 The precision and robustness of three methods aiming at different Gaussian noise

算法		平均残差均值	平均对极距离均值
LMeds	$\sigma = 0.01$	0.147 3	0.565 2
	$\sigma = 0.015$	0.246 4	0.503 4
	$\sigma = 0.02$	0.215 7	0.538 5
Torr-M-Estimators	$\sigma = 0.01$	0.032 2	0.173 6
	$\sigma = 0.015$	0.041 5	0.209 8
	$\sigma = 0.02$	0.041 9	0.263 2
本文算法	$\sigma = 0.01$	0.003 0	0.008 5
	$\sigma = 0.015$	0.003 2	0.008 4
	$\sigma = 0.02$	0.003 6	0.008 9

由表 2 中的数据可以得出的结论如下:

(1) 本文算法精度最高,并且针对不同方差的高斯噪声具有很好的稳定性。

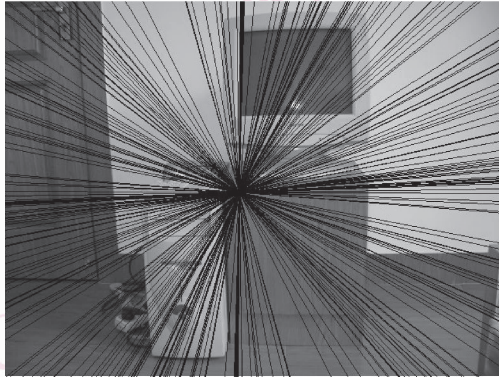
(2) 当方差从 0.01 增加到 0.02 时,本文算法一直保持了较高的精度,同时 Torr-M-Estimators 法始终比 LMeds 法更精确。

(3) 从实验数据来看,LMeds 法和本文算法存在个别噪声方差大,误差反而小的情况,这是因为它们受到了随机选点操作的偶然性带来的影响,而 Torr-M-Estimators 法相对较稳定。

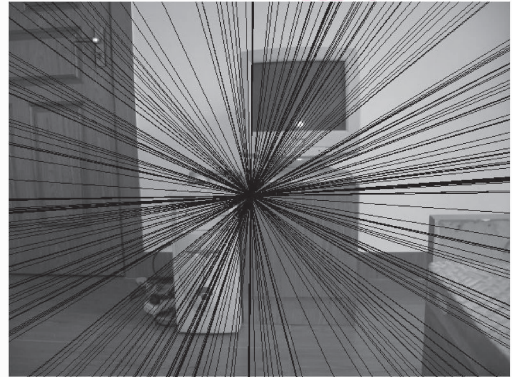
(4) 验证了对存在高斯噪声的情况,基于 M-Estimators 一类的方法具有相对较好的鲁棒性,而 LMeds 法较差。

6.2 真实图像实验

图 2 是利用本文算法在两幅视点有变化的真实图像中求得的极线。



(a) 视点1



(b) 视点2

图 2 利用本文算法求得的视点变化的两幅图像的极线

Fig. 2 Epipolar of two images of different viewpoints by my algorithm

由于拍摄这两幅图像时,视点位置基本是前后直线变化的,极点应该在图像中心附近,即极线应该相交于图像中心附近。由下图可以看出,实验结果基本与事实吻合,得到的极几何比较精确。表 3 给出了 3 种方法对以上真实图像的实验数据。

表 3 3 种方法对真实图像的精度及鲁棒性比较

Tab.3 The precision and robustness of three methods aiming at real image

算法	平均残差	平均对极距离	时间 (s)
LMeds	0.588 37	2.368 30	0.527 89
Torr-M-Estimators	0.259 64	0.969 33	0.102 05
本文算法	0.005 75	0.014 69	0.666 37

真实图像实验较模拟数据试验误差大,但仍然可以看出,本文算法对基础矩阵的估计精度和稳定性都有较大的改善。同时,本文算法的不足之处是计算成本高,这也是为了得到高精度结果需要付出的代价。

7 结 论

本文在分析以往主要的基础矩阵估计法的基础上,针对应用前景较好的 M-Estimators 法的初始值不精确的缺点,提出了一种改进的估计方法。利用该方法得到较精确的矩阵初始值,通过精确初始值剔除原特征点集合中的错误匹配点及坏点,将此时得到的匹配点集运用 Torr-M-Estimators 法进行非线

性优化求解,继续剔除误匹配点,最终得到了真正的匹配点对,精确恢复了对极几何。通过模拟数据以及真实图像的实验表明,对于存在错误匹配以及高斯噪声的情况下,该算法在提高了估计精度的同时保持了很好的稳定性。

参考文献 (References)

- Ding Hui, Fu Meng-yin, Wang Mei-ling. A new multiscale geometric method for binocular weak calibration [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2007, 28(6):1115-1118. [丁辉,付梦印,王美玲.一种多尺度几何分析的摄像机对弱标定算法[J].小型微型计算机系统,2007,28(6):1115-1118.]
- Li Li-chun, Qiu Zhi-qiang, Wang Kun-peng, et al. 3D reconstruction based on fundamental matrix estimation weighted by match measure [J]. Computer Applications, 2007, 27(10):2530-2533. [李立春,邱志强,王鲲鹏等.基于匹配测度加权求解基础矩阵的三维重建算法[J].计算机应用,2007,27(10):2530-2533.]
- Brandt S. Maximum likelihood robust regression with known and unknown residual models [A]. In: Proceedings of the Statistical Methods in Video Processing Workshop in Conjunction with ECCV 2002[C], Copenhagen, Denmark, 2002:97-102.
- Ma Song-de, Zhang Zheng-you. Computer Vision: Computing Theory and Algorithm Principle [M]. Beijing: Science Press, 1998. [马颂德,张正友.计算机视觉-计算理论与算法基础[M].北京:科学出版社,1998.]
- Sun Yi-nan, Liu Wei-jun, Ma Yong-zhuang, et al. A High-accuracy algorithm for weighted computing fundamental matrix [J]. Computer Engineering, 2005, 31(15):186-188. [孙亦南,刘伟军,马永壮等.一种加权计算基础矩阵的高精度算法[J].计算机工程,2005,31(15):186-188.]
- Song Han-chen, Zhang Xiao-yi, Wu Ling-da. A linear arithmetic for robust fundamental matrix estimation [J], Computer Engineering,

- 2005, **31**(15):178-179. [宋汗辰,张小义,吴玲达. 一种基础矩阵线性估计的鲁棒方法[J]. 计算机工程, 2005, **31**(15): 178-179.]
- 7 Zhang Zheng-you. Determining the epipolar geometry and its uncertainty a review [J]. *International Journal Computer Vision*, 1998, **27**(2): 161-198.
- 8 Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography [J]. *Communication of the ACM*, 1981, **24**(6): 381-395.
- 9 Chen Fu-xing, Wang Run-sheng. Fast RANSAC with preview model parameters evaluation [J]. *Journal of Software*, 2005, **16**(8):1431-1437. [陈付幸,王润生. 基于预检验的快速随机抽样一致性算法[J]. 软件学报, 2005, **16**(8): 1431-1437.]
- 10 Chen Jiun-hung, Chen Chu-song, Chen Yong-sheng. Fast algorithm for robust template matching with M-estimators [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, **51**(1):230-243.
- 11 Xavier Armanque, Joaquim Salvi. Overall view regarding fundamental matrix estimation [J]. *Image and Vision Computing*, 2003, **21**(2): 205-220.
- 12 Zhang Yan-qing, Wang Zhi-yan. A fundamental matrix estimation method based on competition rules and auxiliary mask [J]. *Natural Science Journal of Hainan University*, 2005, **23**(2):105-110. [张艳青,王知衍. 基于竞争规则和挡板辅助的基础矩阵估计算法[J]. 海南大学学报自然科学版, 2005, **23**(2):105-110.]
- 13 Li Hong-yan, Sheng Li-yuan, Wen Jiang, *et al.* Method for estimating fundamental matrix based on improved genetic algorithm [J]. *Computer Engineering and Application*, 2006, **42**(34):57-59. [李宏言,盛利元,闻姜等. 基于改进遗传算法的基础矩阵估计方法[J]. 计算机工程与应用, 2006, **42**(34):57-59.]
- 14 Torr P H S, Murray D W. The development and comparison of robust methods for estimating the fundamental matrix [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, **24**(3): 271-300.
- 15 Hartley R. In defence of the 8-point algorithm [A]. In: *Proceedings of the Eighth International Conference on Computer Vision [C]*, Boston, MA, USA: IEEE Computer Society Press, 1995: 1064-1070.